

Слика 2. Спектри поља дипола у разним тренутцима.

Закључак

У раду је обрађен проблем зрачења Херцовог дипола. Фокус је стављен на оригинални Херцов поступак, цртања линија сила око кратког дипола. Детаљно је изведена функција Q и помоћна функција P из које се она добија. Дато је кратко улутско како се ова функција користи за цртање линија сила око дипола. У програму *Mathematica 8.0* нацртане су линије силе око Херцовог дипола, за четири карактеристична тренутка. Добијени графици се могу упоредити са Херцовим графицима који се могу наћи у радовима [1,2]. Истину дискусију о неукрштању линија сила налазимо у научном раду професора Божидара Аничина који је цитиран у списку литературе.

Литература

1. Aničin B., 2008, Reading Hertz's own dipole, *Europ. J. Physics* 9 (1) 15-23.
2. Hertz H., 1893, *Electric Waves, being Researches on the Propagation of Electric Action with Finite Velocity through Space* (London: MacMillan) (with a preface by Lord Kelvin).

Зрачење Херцовог дипола: класична теорија

Милан С. Ковачевић, Мирослав Јовановић

*Природно-математички факултет, Крагујевац
Гимназија Јосиф Панчић, Бајина Башта*

Апстракт. У раду је обрађен проблем зрачења Херцовог дипола. Описано је како се класично решава и тумачи електромагнетско поље око Херцовог дипола, помоћу функција потенцијала A и φ . Изведени су изрази који карактеришу поље зрачења дипола. Указано је на условну поделу поља на блиску и далеку зону. На крају је дата и формула за снагу зрачења Херцовог дипола.

Кључне речи: Херцов дипол, Поинтингов вектор.

КЛАСИЧНА ТЕОРИЈА ХЕРЦОВОГ ДИПОЛА

Херцов дипол је најједноставнији систем за зрачење електромагнетских таласа. Састоји се од проводника, дужине l , који се на крајевима завршава са две проводне кугле. У средини проводника делује генератор високофреквентних осцилација. Кугле имају улогу кондензатора који се наизменично пуње и празне и на тај начин омогућавају да се у кратком проводнику, који их спаја, одржава променљива струја $i = dq/dt$, где је q наелектрисање кугле. Ако генератор даје хармонијске осцилације, тада је наелектрисање дипола $q = q_0 \sin \omega t$; диполни момент се такође мења хармонијски у времену, тј. $p = P_0 \sin \omega t$. Овде је $P_0 = q_0 l$ амплитуда електричног момента. Јачина струје у диполу је $i = q_0 \omega \cos \omega t$ а амплитуда струје је $i_0 = q_0 \omega$. Одавде налазимо да је амплитуда електричног диполног момента $P_0 = i_0 l / \omega$.

Електромагнетно поље дипола се може анализирати применом електромагнетских потенцијала A и φ . Карактер поља дипола битно зависи од тога на ком се растојању налази тачка у којој израчунавамо поље. Поставимо дипол у координатни почетак колинеарно са z -осом и израчунајмо поље у тачки M чије је растојање од дипола много веће од дужине самог дипола. Детаљно израчунавање поља дипола налазимо у литератури која је дата на крају рада. Векторски потенцијал има само z компоненту, коју пишемо у следећем облику

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \frac{i(t-r/c)}{r} \quad (1)$$

Скаларни потенцијал дипола једнак је алгебарском збиру потенцијала које стварају наелектрисања на сферама:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{q(t-r_1/c)}{r_1} - \frac{q(t-r_2/c)}{r_2} \right] \quad (2)$$

Када је $r \gg l$ може се узети $r_1 = r - \Delta r$, $r_2 = r + \Delta r$ и $2\Delta r = l \cos \theta$. Ако је $\Delta r \ll r$, тада израз у заградаи (2) се може представити преко диференцијала у следећем облику

$$f(t, r - \Delta r) - f(t, r + \Delta r) \approx -\frac{\partial}{\partial r} [f(t, r)] \cdot 2\Delta r$$

Електрично и магнетно поље дефинисани су изразима $\vec{E} = -grad\varphi - \partial\vec{A}/\partial t$, $\vec{B} = rot\vec{A}$.

Електрично поље има само компоненте E_r и E_θ , а магнетно поље компоненту H_ϕ . Вектори електричног и магнетног поља су међусобно нормални. Линије електричног поља леже у равни $\varphi = const$, а линије магнетног поља су нормалне на ове равни и имају облик концентричних кругова у односу на осу дипола. Ако се струја у диполу мења по простопериодичном закону, тј. $i = i_0 \cos \omega t$, електрично и магнетно поље су дати изразима:

$$E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[\frac{1}{c} \frac{i(t-r/c)}{r^2} + \frac{q(t-r/c)}{r^3} \right] l \cos \theta \quad (3)$$

$$E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{c^2} \frac{i'(t-r/c)}{r} + \frac{1}{c} \frac{i(t-r/c)}{r^2} + \frac{q(t-r/c)}{r^3} \right] l \cos \theta \quad (4)$$

$$H_\phi = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{c} \frac{i'(t-r/c)}{r} + \frac{i(t-r/c)}{r^2} \right] l \cos \theta \quad (5)$$

где је $q' = i$ и $q'' = i'$. Компоненте електричног и магнетног поља садрже у себи чланове који зависе од растојања r као $1/r$, $1/r^2$ и $1/r^3$. Ако је r мало, тј. у близини дипола, преовлађује утицај чланова који су сразмерни $1/r^2$ и $1/r^3$ и ту зону називамо *блиском зоном* или *зоном индукционог поља*. Област у којој преовлађују чланови који су сразмерни са $1/r$ називамо *далеком зоном* или *зоном зрачења*.

У *блиској зони* за коју важи $r \ll \lambda$, компоненте електричног поља представљамо само преко чланова који зависе од $1/r^2$, јер су они много већи од осталих, док компоненте магнетног поља само преко члана $1/r^2$ при чему занемарујемо ефекат кашњења изражен чланом βr , где је $\omega/c = 2\pi/\lambda = \beta$. Према томе, компоненте поља у блиској зони су дате следећим изразима:

$$H_\phi = \frac{i_0 l}{4\pi r^2} \sin \theta \cos \omega t, \quad E_r = \frac{q_0 l}{2\pi\epsilon r^3} \cos \theta \sin \omega t, \quad E_\theta = \frac{q_0 l}{4\pi\epsilon r^3} \sin \theta \sin \omega t.$$

Магнетно поље дипола се мења по простопериодичном закону, док електрично поље у блиској зони дипола зависи од електричних оптерећења на крајевима

дипола. Такође, можемо закључити да су и електрично и магнетно поље у блиској зони међусобно фазно померени за $\pi/2$.

Зоном зрачења називамо област за коју важи $r \gg \lambda$ и где доминирају компоненте поља које су сразмерне са $1/r$. У том случају, ако се изоставе чланови који стоје уз $1/r^3$ и $1/r^2$ остаће само компоненте E_θ и H_ϕ у следећем облику:

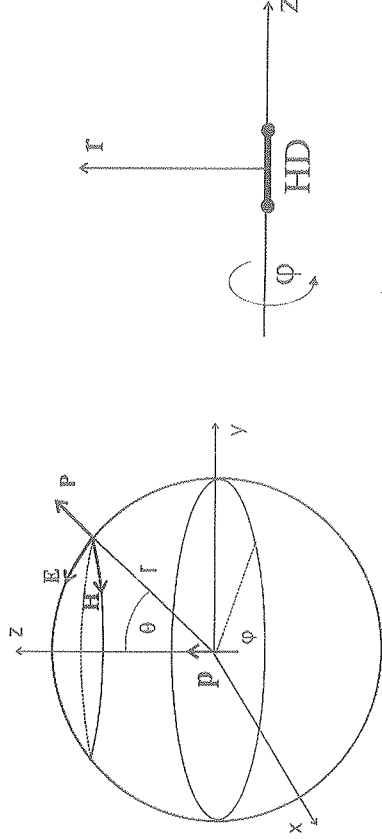
$$E_\theta = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{i_0 l}{2\lambda r} \sin \theta \sin(\omega t - \beta r), \quad H_\phi = -\frac{i_0 l}{2\lambda r} \sin \theta \sin(\omega t - \beta r)$$

Видимо да интензитети електричног и магнетног поља зависе од правца зрачења, тј. од угла θ , који образује радијус вектор r са осом дипола. У близини дипола магнетно поље одговара магнетном пољу струјног елемента, које је пропорционално са $\sin \theta$ и једнако нули у свакој тачки која лежи на продужетку осе дипола. Како електрично поље у зони зрачења има само θ компоненту, закључујемо да је вектор поља нормалан на правац r и има правац тангенте на меридијански круг (слика 1). На слици 1 је приказан међусобни однос главних величина проблема зрачења Херцовог дипола. У центру сфере је дипол момента p ; у тачки посматрања нацртан је Поинтингов вектор. Виде се равни и смерови компоненти електромагнетног таласа у далекој таласној зони.

Поинтингов вектор чији је интензитет једнак производу тренутних вредности електричног и магнетног поља, дефинисан је следећим изразом, по интензитету

$$P = E_\theta H_\phi = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{i_0^2 l^2}{4\lambda^2} \sin^2 \theta \sin^2(\omega t - \beta r) \quad (6)$$

Овај вектор има правац радијус вектора r и стално је позитиван. Дакле, електромагнетна енергија „струји“ радијално од дипола у околини простор. Електромагнетни талас је сферни и простире се брзином која је једнака брзини прострања раванских таласа, тј. $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$. Поље дипола у зони зрачења стада у групу трансверзалних електромагнетних таласа. Максималан интензитет поља биће у екваторијалној равни, односно за $\theta = 90^\circ$.



Слика 1. Поље дипола у зони зрачења и одговарајући координатни систем.

Снага којом зрачи дипол једнака је флуксу Пойнтинговог вектора кроз произволну затворену површину која обухвата дипол. Уколико је површина сфера, снага зрачења дипола је $P = \oint_S P_r dS$ где је $dS = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$ а P_r средња вредност

Пойнтинговог вектора утоку једног периода осциловања. Коначно се добија:

$$P_{HD} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 I_{eff}^2 \quad (7)$$

где је $I_{eff} = i_0 l \sqrt{2}$. При одређеној струји и дужини дипола снага зрачења је обрнуто сразмерна квадрату таласне дужине, односно, директно сразмерна квадрату фреквенције. Ова чињеница објашњава зашто кратки проводници на високим фреквенцијама ефикасно зраче. Снага зрачења Херцовог дипола може да се напише и у форми $P_{HD} = R_Z I_{eff}^2$, где $R_Z = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$ представља тзв. отпорност зрачења дипола. Ова отпорност има велику улогу у радиотехници, где се користи као карактеристика емисионих антена предајних радиостаница.

ЗАКЉУЧАК

На основу горње анализе поља дипола, видимо да интензитет Пойнтинговог вектора представља енергију електромагнетног поља која проструји кроз нормално постављену јединицу површине око уочене тачке, док његов правац и смер представљају правац и смер струјања енергије на том месту. Из формуле за снагу зрачења дипола можемо закључити да у свакој тачки у таласној зони енергија електромагнетног поља струји радијално од центра дипола, при чему дипол у правцу своје тренутне осе не зрачи никакву енергију, док максимално зрачи у правцу нормалном на своју осу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мушички Ђ., 1987, Увод у теоријску физику III/2, ПМФ Универзитет у Београду.
2. Сурутка Ј., 1985, Електромагнетика, Грађевинска књига, Београд.
3. Tamm I. E., 1979, Fundamentals of the Theory of Electricity, Nauka, Moscow.
4. Hertz H., 1893, Electric Waves, being Researches on the Propagation of Electric Action with Finite Velocity through Space (London: MacMillan) (with a preface by Lord Kelvin).

Огледи са Румкорфовим индуктором

Соња Ковачевић¹, Марко М. Милошевић², Алекса Ђурђевић²

¹ Прва крагујевачка гимназија, Крагујевац

² Природно-математички факултет, Крагујевац

Анстракт. У раду је најпре описан Румкорфов индуктор који служи за добијање индукване струје високог напона, а затим су описана два релативно једноставна огледа са овим индуктором. У првом експерименту се мери температура ваздуха између полова индуктора, и на тај начин се индиректно проверава веза између средње кинетичке енергије молекула ваздуха и њихове температуре. Други експеримент је демонстрациони, и у њему се индуктор користи као извор високог напона за добијање катодних зрака у катодној цеви. Посматра се утицај смера магнетног поља на скретање катодних зрака у магнетном пољу сталног магнета.

Кључне речи: Румкорфов индуктор, катодни зраци.

УВОД

Румкорфов индуктор је уређај који се користи за стварање индукване струје високог напона. Уређај је сачињен од гвозденог језгра, примарног и секундарног соленоида. Гвоздено језгро смештено је унутар примарно соленоида (соленоид са мањим бројем дебелих навојака) кроз који тече једносмерна струја. Око примарног соленоида постављен је секундарни соленоид (соленоид са већим бројем тањих навојака) чији се крајеви завршавају на половима индуктора. У секундарном соленоиду ствара се индуквана струја услед тога што се у примарном соленоиду прекида и спаја једносмерна струја. Наиме, када се укључи напајање, струја протиче кроз примарни соленоид и формира магнетно поље које привлачи гвоздену котву, она се услед тога одвоји од шиљка па се коло примарне струје прекида. Због престанка протичања струје кроз примарни соленоид магнетно поље ишчежава и котва се враћа у свој првобитни положај, тј. поново се спаја са шиљком и затвара примарно коло. Током једне секунде једносмерна струја у примарном колу може се много пута прекинути и спојити што доводи до стварања индукване струје високог напона у секундарном калему. Уколико полове индуктора вежемо жицама и слободне крајеве им раставимо између њих ће се јавити варнице јер напон индукване струје може износити и неколико хиљада волти. Пол индуктора који стално у тренутку прекида примарне струје има виши напон назива се позитиван пол, а онај други пол назива се негативан пол. За полове индуктора везују се жице којима се одводи једносмерна индуквана струја за употребу. Румкорфов индуктор као извор струје високог напона може се користити за напајање Теслинот трансформатора, давање напона потребног за прањњења у ваздуху. Огледе са њим треба изводити под надзором наставника због високих напона (до неколико кV) који се генеришу између полова индуктора.

